Alisson Dalinda Condoy Vargas

**Taller – Semana 5**

**1. Análisis de complejidad asintótica**

**a) Determinante si f(n) = n³ + 9n²log(n) ∈ O(g(n)) con g(n) = n²log(n)**

Para verificar si f(n) ∈ O(g(n)), necesitamos encontrar constantes c > 0 y n₀ tales que f(n) ≤ c · g(n) para todo n ≥ n₀. Es decir:   
n³ + 9n²log(n) ≤ c · n²log(n).

Reorganizamos:   
n³ + 9n²log(n) = n²log(n) · (n/log(n) + 9).

El término n/log(n) + 9 crece indefinidamente con n, ya que n/log(n) domina para n grande. Por lo tanto, no existe una constante c finita que satisfaga la desigualdad para todo n suficientemente grande, porque el factor n/log(n) no puede acotarse.

**Conclusión:** f(n) ∉ O(g(n)).

**b) Determinar si f(n) = n³ + 9n²log(n) ∈ O(n²)**

Queremos verificar si existe c > 0 y n₀ tales que:   
n³ + 9n²log(n) ≤ c · n² para todo n ≥ n₀.

Dividiendo ambos lados entre n²:   
n + 9log(n) ≤ c.

Dado que n + 9log(n) crece sin límite conforme n → ∞, no existe una constante c que pueda acotar el lado izquierdo para todo n grande.

**Conclusión:** f(n) ∉ O(n²).

**2. Relaciones entre funciones exponenciales**

Mar f(n) = 2ⁿ yg(n) = 2²ⁿ = 4ⁿ.

**a) ¿f(n) ∈ O(g(n))?**

Queremos determinar si existen constantes c > 0 y n₀ tales que:   
2ⁿ ≤ c · 4ⁿ para todo n ≥ n₀.

Esto equivale a:   
2ⁿ / 4ⁿ = (2ⁿ / 2²ⁿ) = (1/2)ⁿ ≤ c.

Dado que (1/2)ⁿ disminuye exponencialmente hacia 0 conforme n crece, podemos elegir c = 1 y cualquier n₀ (por ejemplo, n₀ = 1), ya que (1/2)ⁿ ≤ 1 para todo n ≥ 1.

**Conclusión:** f(n) ∈ O(g(n)).

**b) ¿g(n) ∈ O(f(n))?**

Ahora verificamos si existe c > 0 y n₀ tales que:   
4ⁿ ≤ c · 2ⁿ para todo n ≥ n₀.

Esto equivale a:   
4ⁿ / 2ⁿ = (2²ⁿ / 2ⁿ) = 2ⁿ ≤ c.

Dado que 2ⁿ crece sin límite conforme n → ∞, no existe una constante c finita que pueda acotar 2ⁿ para todo n grande.

**Conclusión9:** g(n) ∉ O(f(n)).